ΑΛΓΕΒΡΑ

- Μια έκφραση που περιέχει μόνο αριθμούς λέγεται **αριθμητική παράσταση**.

- Μια έκφραση που περιέχει αριθμούς και μεταβλητές καλείται **αλγεβρική παράσταση.**

-Μια αλγεβρική παράσταση όπου μεταξύ των μεταβλητών της σημειώνονται μόνο οι πράξεις της πρόσθεσης και του πολλαπλασιασμού και οι εκθέτες των μεταβλητών της είναι φυσικοί αριθμοί καλείται **ακέραια** .

-Μια ακέραια αλγεβρική παράσταση στην οποία μεταξύ των μεταβλητών της σημειώνεται μόνο η πράξη του πολλαπλασιασμού λέγεται **μονώνυμο**

-Ο αριθμητικός παράγοντας ενός μονωνύμου λέγεται **συντελεστής**.

-Ο εκθέτης μιας μεταβλητής λέγεται **βαθμός** του μονωνύμου ως προς αυτή τη μεταβλητή ,ενώ ο βαθμός του μονωνύμου ως προς όλες τις μεταβλητές λέγεται το άθροισμα όλων των εκθετών των μεταβλητών.

-**Όμοια** καλούνται τα μονώνυμα των οποίων το κύριο μέρος είναι ίδιο.

-Δυο όμοια μονώνυμα με ίσους συντελεστές καλούνται **ΙΣΑ**.

-Το **άθροισμα** όμοιων μονωνύμων είναι ένα μονώνυμο όμοιο με αυτά και συντελεστή το άθροισμα των συντελεστών τους.

-**Το γινόμενο** μονωνύμων είναι ένα μονώνυμο με συντελεστή το γινόμενο των συντελεστών και κύριο μέρος το γινόμενο των κύριων μέρων τους.

-Να κάνετε τις πράξεις και αναγωγή των όμοιων όρων.

Α= $(\alpha^2-1)(\alpha^2+2)(1-\alpha)$

Β=$(\chi^2-2\chi+3)(\chi+3)$

Γ= $(\chi^2-2)(2\chi+3)(\chi-5)$

-Μια ισότητα η οποία περιλαμβάνει αριθμούς και μεταβλητές καλείται **εξίσωση**.

-Οι αριθμητικές τιμές των μεταβλητών για τις οποίες η ισότητα γίνεται αληθής λέγονται **λύσεις** της εξίσωσης.

-Αν η ισότητα δεν γίνεται ποτέ αληθής ,τότε η εξίσωση λέγεται **αδύνατη**.

-Αν έχει άπειρες λύσεις λέγεται **αόριστη**.

-Αν η ισότητα αληθεύει για όλες τις τιμές των μεταβλητών λέγεται **ταυτότητα**.

Αξιοσημείωτες ταυτότητες

$$(\alpha+\beta)^2=\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2$$

$$(\alpha-\beta)^2=\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2$$

$$(\alpha+\beta)^3=\alpha^3+3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3$$

$$(\alpha-\beta)^3=\alpha^3-3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2-\beta^3$$

$$(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)=\alpha^2-\beta^2$$

$$(\alpha+\beta+\gamma)^2=\alpha^2+\beta^2+\gamma^2+2\alpha\beta+2\beta\gamma+2\gamma\alpha$$

$$\alpha^3-\beta^3=(\alpha-\beta)(\alpha^2+\alpha\beta+\beta^2)$$

$$\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)(\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2)$$

Αποδείξεις

1. $(\alpha+\beta)^2=(\alpha+\beta)(\alpha+\beta)=\alpha^2+\alpha\beta+\beta\alpha+\beta^2$

2. ομοίως.

3. $(\alpha+\beta)^3=(\alpha+\beta)^2(\alpha+\beta) \quad =(\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2)(\alpha+\beta)=$

$$\alpha^3+\alpha^2\beta+2\alpha^2\beta+2\alpha\beta^2+\beta^2\alpha+\beta^3=$$

$$\alpha^3+3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3$$

4. ομοίως

5. $(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)=\alpha^2-\alpha\beta+\beta\alpha-\beta^2=\alpha^2-\beta^2$

-Να βρείτε τα αναπτύγματα.

1. $(\alpha-1)^2$, $(\alpha+2)^2$, $(\chi-3)^2$, $(2\chi+3\psi)^2$, $(3\chi\psi-2\psi\omega)^2$, $\left(\frac{\chi}{2}-\frac{\psi}{3}\right)^2$

2. $(\chi-1)^3$, $(\psi+2)^3$, $(2\chi-3)^3$, $(3\chi+2\psi)^3$, $(\chi^2-1)^3$, $\left(\frac{\chi}{2}-\frac{\psi}{3}\right)^3$

3 $(\chi+\psi+1)^2$, $(\chi-\psi+2)^2$, $(\chi+2\psi-3)^2$, $\left(\frac{\chi}{2}-\psi+1\right)^2$

Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις

Α. $8\chi+4\psi$, $2\chi-6$, $2\chi^2\psi-4\chi\psi^3$, $\chi(\alpha-\beta)+\psi(\alpha-\beta)$

Β. $\alpha\chi+\alpha\psi+\beta\chi+\beta\psi$, $2\psi\chi^2-8\chi\psi^2$, $\chi^2\psi^2-4\psi^2-\chi^2+4$

$\chi^3(\chi^2-1)+1-\chi^2$, $(\chi^2+9)(\alpha^2+4)-\left((\alpha\chi+6)\right)^2$

Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις

$$A=\left(\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}-\frac{\alpha^2}{\alpha^2-\beta^2}\right)\div\left(\frac{2\alpha+\beta}{\alpha+\beta}\right)+\frac{\alpha\beta-\alpha^2}{\beta^2-2\alpha\beta+\alpha^2}$$

$$B=(\alpha^2+2\alpha)^2-\alpha^2(\alpha-2)(6+\alpha)-(3\alpha+2)(3\alpha-2)$$

$$\Gamma=\left[\frac{\alpha+\beta}{\alpha-\beta}-\frac{\alpha-\beta}{\alpha+\beta}\right]\cdot\frac{\alpha+\beta}{4}\cdot\frac{\alpha-\beta}{\alpha\beta}$$

$$\Delta=\left[\frac{\beta+\alpha}{\beta-\alpha}-\frac{\beta-\alpha}{\beta+\alpha}\right]\div\left[1-\frac{\beta-\alpha}{\beta+\alpha}\right]$$

Μια εξίσωση της μορφής : $\boldsymbol{\alpha\chi^2+\beta\chi+\gamma=0}$, $\boldsymbol{\alpha\neq 0}$

Λέγεται δευτεροβάθμια εξίσωση.

Η παράσταση $\boldsymbol{\Delta=\beta^2-4\alpha\gamma}$ καλείται διακρίνουσα της εξίσωσης. Ανάλογα με το πρόσημό της διακρίνονται οι ακόλουθες περιπτώσεις:

Α . **Δ>0.** Η εξίσωση έχει δύο ρίζες (άνισες) οι οποίες δίνονται από την σχέση: $\boldsymbol{\frac{-\beta\mp\sqrt{\Delta}}{2\alpha}}$

Β. **Δ=0** . Η εξίσωση έχει μια ρίζα (διπλή) που δίνεται από τη σχέση $-\frac{\beta}{2\alpha}$

Γ .**Δ<0** . Η εξίσωση δεν έχει πραγματικές ρίζες (λέμε επίσης πως είναι αδύνατη).

<u>Να λυθούν οι εξισώσεις:</u>

$\chi^2-9=0$, $\chi^2+5\chi=0$, $-\chi^2+5\chi-6=0$, $\chi^2+2\chi+3=0$

$2\chi^2-5\chi+2=0$, $-3\chi^2+5\chi-2=0$, $-2\chi(\chi+3)-\chi(2-\chi)=0$,

$\frac{4}{\chi}-\frac{3}{\chi^2}=1$, $\frac{\chi^2+5}{\chi^2-\chi}-\frac{\chi+5}{\chi-1}=\frac{1}{\chi}$, $\frac{2\chi^2}{\chi^2+2\chi}=3-\frac{4}{\chi+2}$, $\frac{2\chi}{3}-\frac{10-3\chi}{4}=\frac{\chi^2}{6}$

$$\frac{1}{\chi}+\frac{\chi^2+1}{\chi^2+\chi}+\frac{\chi+3}{\chi+1}=0$$

$$\frac{3}{2\chi}+\frac{1-\chi}{2\chi+1}=\frac{3\chi-6}{4\chi^2+2\chi}+\frac{3\chi+1}{2\chi}$$

$$\frac{1}{\chi^2-4}+\frac{1}{\chi^2+\chi-6}+\frac{1}{\chi^2+5\chi+6}=\frac{\chi^2-3\chi-4}{(\chi-2)(\chi+2)(\chi+3)}$$

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

-**Τα κύρια** στοιχεία ενός τριγώνου είναι **οι πλευρές** και οι **κορυφές** του.
Ένα τρίγωνο ανάλογα με το είδος των γωνιών του καλείται:

- ✓ **Αμβλυγώνιο** αν έχει μια γωνία του αμβλεία,
- ✓ **Ορθογώνιο** αν έχει μια γωνία του ορθή και
- ✓ **Οξυγώνιο** όταν έχει όλες του τις γωνίες οξείες.

Σημειώνεται πως κάθε τρίγωνο έχει δυο γωνίες οξείες σε κάθε περίπτωση.

Ένα τρίγωνο ανάλογα με την σχέση που συνδέει τις πλευρές του καλείται:

- ✓ **Σκαληνό** αν είναι ανά δυο άνισες ,
- ✓ **Ισοσκελές** αν έχει δυο ίσες πλευρές και
- ✓ **Ισόπλευρ**ο αν έχει και τις τρεις πλευρές του ίσες.

Δευτερεύοντα στοιχεία ενός τριγώνου είναι οι : **διάμεσος , ύψος και διχοτόμος** . ειδικότερα.

-Διάμεσος ενός τριγώνου καλείται το ευθύγραμμο τμήμα που έχει το ένα του άκρο σε μια κορυφή του τριγώνου και το άλλο στο μέσο της απέναντι πλευράς.

-Διχοτόμος ενός τριγώνου καλείται το τμήμα που έχει το ένα του άκρο σε μια κορυφή του τριγώνου ,το άλλο στην απέναντι πλευρά και έχει την ιδιότητα να διχοτόμει την γωνία .

-Ύψος ενός τριγώνου ονομάζεται το τμήμα που φέρουμε από μια κορυφή και είναι κάθετο στην απέναντι πλευρά (ή την προέκταση αυτής).

Δυο τρίγωνα καλούνται *ΙΣΑ* αν και μόνο αν έχουν τις γωνίες και τις πλευρές τους ίσες μία προς μία.

Κριτήρια ισότητας τριγώνων.

1. Αν δύο τρίγωνα έχουν δυο πλευρές ίσες μία προς μία και την περιεχομένη γωνία τους ίση , τότε είναι ΙΣΑ.

2 . Αν δύο τρίγωνα έχουν μια πλευρά ίση και τις προσκείμενες στην πλευρά αυτή γωνίες ίσες μία προς μία, τότε είναι ΙΣΑ.

3. Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία ,τότε είναι ΙΣΑ.

Ειδικότερα για το ορθογώνια τρίγωνα ισχύει:

Δυο ορθογώνια τρίγωνα είναι ΙΣΑ όταν έχουν:

-Δυο αντίστοιχες πλευρές ίσες μία προς μία ή

-Μια αντίστοιχη πλευρά και μια αντίστοιχη οξεία γωνία.

1 . ***Στις προεκτάσεις της βάσης ΒΓ ισοσκελούς τριγώνου ΑΒΓ παίρνουμε τα σημεία Δ και Ε τέτοια , ώστε να είναι ΒΔ=ΓΕ . Να αποδείξετε ότι:***

Α . Το τρίγωνο ΑΔΕ ειναι ισοσκελές.

Β . Οι γωνίες ΒΔΓ και ΒΑΕ είναι ίσες.

Γ . Οι γωνίες ΔΑΕ και ΒΑΓ έχουν κοινή διχοτόμο

2 . Σε ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (β=γ) φέρουμε τις διχοτόμους ΒΔ και ΓΕ. Να αποδείξετε ότι:

ΒΔ=ΓΕ , το τρίγωνο ΑΔΕ είναι ισοσκελές.

3. να αποδείξετε ότι σε ισοσκελές τρίγωνο :

Α. το μέσο της βάσης ισαπέχει από τις ίσες πλευρές του

Β. Τα μέσα των ίσων πλευρών ισαπέχουν από τη βάση του

Γ. Τα μέσα των όσων πλευρών ισαπέχουν από τις ίσες πλευρές του.

-Δυο πολύγωνα με το ίδιο πλήθος κορυφών καλούνται **όμοια** αν και μόνο αν έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία και τις πλευρές τους ανάλογες.

-Αν δυο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία τότε είναι όμοια

4. Αν δυο τρίγωνα είναι όμοια να δείξετε ότι τα αντίστοιχα δευτερεύοντα στοιχεία τους έχουν τον ίδιο λόγο ομοιότατος.

5. Αν ΑΔ είναι το ύψος που αντιστοιχεί στην υποτείνουσα ορθογώνιου τριγώνου ΑΒΓ , να δείξετε ότι τα τρίγωνα ΑΒΓ,ΑΒΔ,ΑΓΔ είναι ανά δυο όμοια και να γράψετε τους λόγους ομοιότητας.

ΚΑΛΗ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ:

Το φυλλάδιο αυτό δεν έγινε με σκοπό να κωδικοποιήσει τη θεωρία που πρέπει να μάθετε ούτε πολύ περισσότερο να αντικαταστήσει το βιβλίο σας.

Απλά θέλω να σας δώσω τα στοιχειά για αυτά που θα πρέπει να ψάξετε σε αυτό.

Υπενθυμίζεται πως σωστό είναι ότι αναγράφεται στο σχολικό σας βιβλίο και πως είναι αναγκαίο να μάθετε να διαβάζετε μονοί σας και να «ξεσκονίζετε « το σχολικό σας βιβλίο.

Επισημαίνεται πως ότι το διαφορετικό δείτε σε αυτό το φυλλάδιο από το βιβλίο θα έχει γίνει από παραδρομή και θα πρέπει να λαμβάνεται ως παρόραμα.

Σε κάθε περίπτωση θα τα δούμε μαζί όλα και θα λύσουμε τις όποιες απορίες.