

Θεωρία Άλγεβρα

- 1) Τι ονομάζουμε **Αριθμητική** και τι **Άλγεβρική** παράσταση;
- 2) Τι ονομάζουμε **όμοιους** όρους μιας αλγεβρική παράστασης και τι **αναγωγή** ομοίων όρων της ;
- 3) Ποιες είναι οι τρεις πιθανές σχέσεις που συνδέουν δύο αριθμούς α, β ;
- 4) Ποιοι **κανόνες** ισχύουν για την ισότητα δύο αριθμών;
- 5) Τι ονομάζουμε: α) **εξίσωση**; β) **λύση(ή ρίζα)** μιας εξίσωσης ; γ) Ποια η **διαδικασία επίλυσης** μιας εξίσωσης;
- 6) Πότε μια εξίσωση λέγεται **αδύνατη** και πότε **αόριστη (ή ταυτότητα)**;
- 7) Τι εννοούμε όταν γράφουμε $\alpha \leq \beta$ και πως το διαβάζουμε;
- 8) Να γράψετε τις **ιδιότητες των ανισοτήτων**.
- 9) Τι ονομάζουμε **ανίσωση** και τι **λύσεις** της ανίσωσης ;
- 10) Τι ονομάζετε **τετραγωνική ρίζα** θετικού αριθμού και ποιες οι ιδιότητες της;
- 11) Τι ονομάζετε **συνάρτηση** και τι **πίνακας τιμών** της;
- 12) Τι ονομάζετε **ορθοκανονικό σύστημα αξόνων** (σύστημα ορθογωνίων αξόνων και τι **συντεταγμένες(τετμημένη, τεταγμένη)** σημείου;
- 13) Τι ονομάζουμε **τεταρτημόρια**;
- 14) Τι ονομάζουμε **γραφική παράσταση μιας συνάρτησης**;
- 15) Τι γνωρίζετε για τις συντεταγμένες των σημείων των αξόνων $x'x$ και $y'y$ σ' ένα ορθοκανονικό σύστημα;
- 16) Πότε δύο ποσά λέγονται **ανάλογα**;
- 17) Τι γραμμή είναι γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=ax$ και από πού διέρχεται;
- 18) Τι εννοούμε όταν λέμε η ευθεία με εξίσωση $y=ax$ ή πιο απλά η ευθεία $y=ax$;
- 19) Ποια είναι η **εξίσωση του άξονα $x'x$** ;
- 20) Τι ονομάζετε **κλίση** ευθείας $y=ax$;
- 21) Τι γραμμή είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=ax+\beta$ και από πού διέρχεται;
- 22) Τι ονομάζεται **κλίση** ευθείας $y=ax+\beta$;
- 23) Τι παριστάνει μια εξίσωση της μορφής $ax+\beta y+\gamma=0$ με $\alpha \neq 0$ ή $\beta \neq 0$ (ΕΙΔΙΚΕΣ ΜΟΡΦΕΣ ΕΥΘΕΙΑΣ)
- 24) Ποια είναι τα σημεία τομής ευθείας $ax+\beta y=\gamma$ με $\alpha \neq 0$ και $\beta \neq 0$ με τους άξονες $x'x$ και $y'y$.

ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

- 1) Τι ονομάζεται εμβαδό μιας επίπεδης επιφάνειας και από τι εξαρτάται;
- 2) Ποιες είναι οι μονάδες μέτρησης εμβαδού και ποια η σχέση που τις συνδέει;
- 3) Με τι ισούται το εμβαδό τετραγώνου, ορθογωνίου, παραλληλογράμμου, τριγώνου, ορθογωνίου τριγώνου, τραπεζίου;
- 4) Τι λέει το Πυθαγόρειο θεώρημα και τι το αντίστροφό του;
- 5) Τι ονομάζεται εφαπτομένη οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου;
- 6) Με τι ισούται η κλίση α της ευθείας με εξίσωση $y=ax$;
- 7) Τι ονομάζεται ημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου;
- 8) Τι ονομάζεται συνημίτονο οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου;
- 9) Ποιοι είναι οι τριγωνομετρικοί αριθμοί των $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$;
- 10) Τι ονομάζεται επίκεντρη γωνία και τι ξέρετε για το αντίστοιχο τόξο της;
- 11) Τι ονομάζεται εγγεγραμμένη γωνία και τι ξέρετε για το αντίστοιχο τόξο της;
- 12) Ποιες προτάσεις ισχύουν για τις εγγεγραμμένες γωνίες;
- 13) Τι ονομάζετε:
 - ι) κανονικό πολύγωνο;
 - ii) περιγεγραμμένος κύκλος κανονικού πολύγωνου;
 - iii) κεντρική γωνία κανονικού πολύγωνου;
- 14) Ποια σχέση συνδέει τη γωνία ϕ και την κεντρική γωνία ω ενός κανονικού πολύγωνου (n -γώνου);
- 15) Ποιοι οι τύποι που μας δίνουν το μήκος (L) του κύκλου (O, r);
- 16) Ποιοι οι τύποι για το εμβαδόν (E) του κυκλικού δίσκου (O, r);

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΑΛΓΕΒΡΑΣ

1) Αριθμητική παράσταση λέγεται μια παράσταση που περιέχει πράξεις με αριθμούς.

Αλγεβρική παράσταση λέγεται μια παράσταση που περιέχει πράξεις με αριθμούς και μεταβλητές.

2)

- Οι όροι που έχουν την ίδια μεταβλητή και τον ίδιο εκθέτη στη μεταβλητή, λέγονται **όμοιοι όροι**.
- Η αντικατάσταση σε μια παράσταση των όμοιων όρων της με το άθροισμα τους λέγεται **αναγωγή όμοιων όρων**.

3) Για δύο αριθμούς α, β ισχύει μία μόνο από τις σχέσεις:

$$\alpha = \beta, \alpha < \beta, \alpha > \beta$$

4) ΚΑΝΟΝΕΣ ΙΣΟΤΗΤΑΣ

Αν $\alpha = \beta$ τότε $\alpha + \gamma = \beta + \gamma$ (**ΠΡΟΣΘΕΤΟΥΜΕ ΤΟΝ ΙΔΙΟ ΑΡΙΘΜΟ**)

Αν $\alpha = \beta$ τότε $\alpha - \gamma = \beta - \gamma$ (**ΑΦΑΙΡΟΥΜΕ ΤΟΝ ΙΔΙΟ ΑΡΙΘΜΟ**)

Αν $\alpha = \beta$ τότε $\alpha \cdot \gamma = \beta \cdot \gamma$ (**ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΖΟΥΜΕ ΜΕ ΤΟΝ ΙΔΙΟ ΑΡΙΘΜΟ**)

Αν $\alpha = \beta$ τότε $\frac{\alpha}{\gamma} = \frac{\beta}{\gamma}$ με $\gamma \neq 0$ (**ΔΙΑΙΡΟΥΜΕ ΜΕ ΤΟΝ ΙΔΙΟ ΜΗ ΜΗΔΕΝΙΚΟ ΑΡΙΘΜΟ**)

5)

- **Εξίσωση** λέμε κάθε ισότητα που περιέχει αριθμούς και μια μεταβλητή
- Η εξίσωση έχει **λύση ή ρίζα** έναν αριθμό, όταν την επαληθεύει.
- Για να **λύσουμε** μία εξίσωση, ακολουθούμε την εξής διαδικασία:
 - Κάνουμε απαλοιφή παρονομαστών.
 - Χωρίζουμε γνωστούς από άγνωστους.
 - Κάνουμε αναγωγή ομοίων όρων.
 - Διαιρούμε με το συντελεστή του αγνώστου

6)

- **Αδύνατη** είναι η εξίσωση η οποία **δεν** έχει λύσεις (π.χ $0x=7$)

- **Αόριστη ή ταυτότητα** είναι η εξίσωση η οποία έχει λύσεις **όλους** τους αριθμούς (π.χ $0x=0$)

7) Αν $\alpha=\beta$ ή $\alpha<\beta$ θα γράφουμε $\alpha \leq \beta$ (α μικρότερο ή ίσο του β)

8) ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΑΝΙΣΟΤΗΤΩΝ

- Αν $\alpha<\beta$ τότε $\alpha+\gamma<\beta+\gamma$ (**ΠΡΟΣΘΕΤΟΥΜΕ ΤΟΝ ΙΔΙΟ ΑΡΙΘΜΟ** και δεν αλλάζει η φορά)
- Αν $\alpha<\beta$ τότε $\alpha-\gamma<\beta-\gamma$ (**ΑΦΑΙΡΟΥΜΕ ΤΟΝ ΙΔΙΟ ΑΡΙΘΜΟ** και δεν αλλάζει η φορά)
- Αν $\alpha<\beta$ τότε $\alpha \cdot \gamma < \beta \cdot \gamma$, $\gamma>0$ (**ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΖΟΥΜΕ ΜΕ ΤΟΝ ΙΔΙΟ ΘΕΤΙΚΟ ΑΡΙΘΜΟ** και δεν αλλάζει η φορά)
- Αν $\alpha<\beta$ τότε $\alpha \cdot \gamma > \beta \cdot \gamma$, $\gamma<0$ (**ΠΟΛΛΑΠΛΑΣΙΑΖΟΥΜΕ ΜΕ ΤΟΝ ΙΔΙΟ ΑΡΝΗΤΙΚΟ ΑΡΙΘΜΟ** και αλλάζει η φορά)
- Αν $\alpha<\beta$ τότε $\frac{\alpha}{\gamma} < \frac{\beta}{\gamma}$ με $\gamma > 0$ (**ΔΙΑΙΡΟΥΜΕ ΜΕ ΤΟΝ ΙΔΙΟ ΘΕΤΙΚΟ ΑΡΙΘΜΟ** και δεν αλλάζει η φορά)
- Αν $\alpha<\beta$ τότε $\frac{\alpha}{\gamma} > \frac{\beta}{\gamma}$ με $\gamma < 0$ (**ΔΙΑΙΡΟΥΜΕ ΜΕ ΤΟΝ ΙΔΙΟ ΑΡΝΗΤΙΚΟ ΑΡΙΘΜΟ** και αλλάζει η φορά)

9) **Ανίσωση** λέμε κάθε ανισότητα που περιέχει αριθμούς και μια μεταβλητή και **λύσεις** είναι οι αριθμοί που την επαληθεύουν.

10) **Τετραγωνική ρίζα** ενός θετικού αριθμού α λέγεται θετικός αριθμός ο οποίος όταν υψωθεί στο τετράγωνο, δίνει τον αριθμό α . Η τετραγωνική ρίζα του α συμβολίζεται με $\sqrt{\alpha}$.

Ορίζουμε ως $\sqrt{0} = 0$ αφού $0^2 = 0$

11) **Συνάρτηση** είναι μια διαδικασία σύμφωνα με την οποία σε κάθε τιμή της μεταβλητής x αντιστοιχίζεται μια μόνο τιμή της μεταβλητής y .

Πίνακας τιμών μιας συνάρτησης λέγεται ένας πίνακας που περιέχει τις τιμές της μεταβλητής x και τις αντίστοιχες τιμές της μεταβλητής y .

12) **Ορθοκανονικό σύστημα αξόνων** λέγεται το σύστημα δύο κάθετων αξόνων με κοινή αρχή, των οποίων οι μονάδες μέτρησης έχουν το ίδιο μήκος.

- Κάθε σημείο M του επιπέδου αντιστοιχεί σε ένα μόνο ζεύγος αριθμών (α, β) και συμβολίζονται **$M(\alpha, \beta)$** , όπου:
- το α λέγεται **τετμημένη** του σημείου M

- το β **τεταγμένη** του σημείου M
- η τετμημένη και η τεταγμένη του M λέγονται **συντεταγμένες** του σημείου

13) **Τεταρτημόρια** είναι τα τέσσερα μέρη που χωρίζει το επίπεδο το σύστημα αξόνων.

14) **Γραφική παράσταση** μιας συνάρτησης ονομάζουμε το σύνολο των σημείων του επιπέδου (α, β) .

15) Κάθε σημείο του άξονα $x'x$ έχει **τετμημένη 0** και κάθε σημείο του άξονα $y'y$ έχει τεταγμένη 0

16) Δύο ποσά λέγονται **ανάλογα**, όταν πολλαπλασιάζοντας τις τιμές του ενός ποσού με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου ποσού πολλαπλασιάζονται με τον ίδιο αριθμό.

17) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=ax$ είναι μια **ευθεία** γραμμή που διέρχεται από την **αρχή των αξόνων**.

18) Εννοούμε την γραφική παράσταση της συνάρτησης.

19) Η εξίσωση του άξονα $x'x$ είναι η **$y=0$**

20) **Κλίση** ευθείας $y=ax$ ονομάζετε ο λόγος $\frac{y}{x}=a$ με $x \neq 0$

21) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=ax+\beta$ με $a \neq 0$ είναι μια **ευθεία** γραμμή παράλληλη στην $y=ax$ που διέρχεται από το σημείο **$B(0, \beta)$** του άξονα $y'y$.

22) **Κλίση** της ευθείας $y=ax+\beta$ λέγεται ο αριθμός a .

23) Μια εξίσωση της μορφής **$ax+\beta y+\gamma=0$** με $a \neq 0$ ή $\beta \neq 0$ παριστάνει ευθεία;

ΕΙΔΙΚΑ ΟΤΑΝ : ι) **$y=k$** είναι ευθεία παράλληλη στον άξονα $x'x$

ii) **$y=0$** είναι ο ο άξονας $x'x$

iii. **$x=\lambda$** είναι ευθεία παράλληλη στον $y'y$

iv. **$x=0$** είναι ευθεία ο άξονας $y'y$

24) Τα σημεία τομής της ευθείας $ax+\beta y=\gamma$ με $a \neq 0$ και $\beta \neq 0$

- με τον άξονα $x'x$: Θέτουμε $y=0$ και βρίσκουμε $y=\frac{\gamma}{\beta}$

- με τον άξονα $y'y$: Θέτουμε $x=0$ και βρίσκουμε $x=\frac{\gamma}{a}$

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

1) Το **εμβαδόν** μιας επίπεδης επιφάνειας είναι ένας θετικός αριθμός που εκφράζει την έκταση την οποία καταλαμβάνει η επιφάνεια αυτή στο επίπεδο. Ο αριθμός αυτός εξαρτάται από την μονάδα μέτρησης επιφανειών που χρησιμοποιούμε.

2) Ως μονάδα μέτρησης χρησιμοποιούμε το τετράγωνο που έχει πλευρά 1m και λέγεται **τετραγωνικό μέτρο (1 m²)**. Άλλες μονάδες είναι το **τετραγωνικό χιλιόμετρο (1Km²)** που ισούται με το εμβαδόν ενός τετραγώνου πλευράς 1000m και το **στρέμμα** που ισούται με 1000m²

$$1\text{m}^2 = 100\text{dm}^2 = 10000\text{cm}^2 = 1000000\text{mm}^2$$

$$1\text{km}^2 = 1000\text{στρέμματα} = 1000000\text{m}^2$$

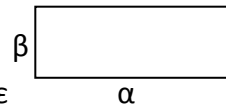
3)

- Το εμβαδό **τετραγώνου** ισούται με το τετράγωνο της πλευράς του.

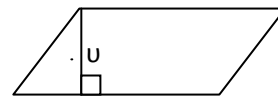
$$E = \alpha^2$$



- το εμβαδό **ορθογωνίου** ισούται με το γινόμενο των διαστάσεων του. $E = \alpha \cdot \beta$

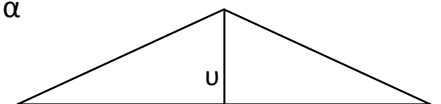


- το εμβαδό **παραλληλογράμμου** είναι ίσο με το γινόμενο μιας βάσης του με το αντίστοιχο ύψος. $E = \alpha \cdot \upsilon$



- το εμβαδό **τριγώνου** είναι ίσο με το μισό του γινομένου μιας βάσης του με το αντίστοιχο ύψος.

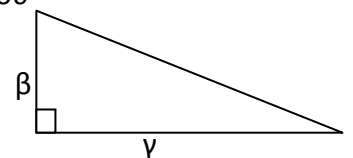
$$E = \frac{1}{2} \alpha \cdot \upsilon$$



α

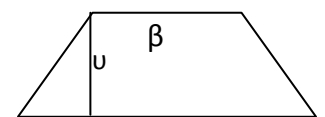
- το εμβαδό **ορθογωνίου τριγώνου** ισούται με το μισό του γινομένου των δύο κάθετων πλευρών

$$E = \frac{1}{2} \beta \cdot \gamma$$



- το εμβαδό **τραπεζίου** ισούται με το γινόμενο του ημισυμμάτου των βάσεων με το ύψος του

$$E = \frac{1}{2} (B + \beta) \cdot \upsilon$$



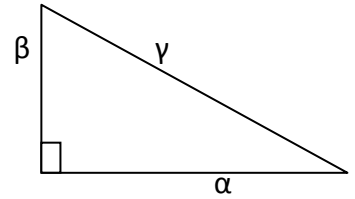
B

4)

- **Πυθαγόρειο θεώρημα :**

Σε κάθε ορθογώνιο τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των δύο κάθετων πλευρών του είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτεινούςας του

$$\beta^2 + \gamma^2 = \alpha^2$$



- **Αντίστροφο Πυθαγορείου**

Αν σε ένα τρίγωνο το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς του είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών του, τότε η γωνία που βρίσκεται απέναντι από την μεγαλύτερη πλευρά είναι ορθή

5)
$$\epsilon\phi\omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}$$

6) Η κλίση α της ευθείας με εξίσωση $y=ax$ με $\alpha > 0$ είναι η **εφαπτομένη** της γωνίας ω που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα x'

7)
$$\eta\mu\omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}}$$

8)
$$\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}}$$

9) Οι τριγωνομετρικοί αριθμοί των γωνιών $30^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ είναι

	30°	45°	60°
ημ	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
συν	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
εφ	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

10) **Επίκεντρο** είναι η γωνία που έχει την κορυφή της στο κέντρο του κύκλου και έχει μέτρο **ίσο** με το μέτρο του τόξου της .

11) **Εγγεγραμμένη γωνία** είναι η γωνία που έχει την κορυφή της σε σημείο του κύκλου και οι πλευρές τις τέμνουν τον κύκλο.

12)

- Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικόκλιο είναι ορθή

- Κάθε εγγεγραμμένη γωνία έχει μέτρο ίσο με το μισό του τόξου της
- Κάθε εγγεγραμμένη γωνία ισούται με το μισό της επίκεντρης που έχει ίσο αντίστοιχο τόξο

13)

- **Κανονικό** είναι το πολύγωνο το οποίο έχει όλες τις πλευρές και όλες τις γωνίες μεταξύ τους ίσες
- **Περιγεγραμμένος** κύκλος κανονικού πολύγωνου λέγεται ο κύκλος που διέρχεται από όλες τις κορυφές του;
- **Κεντρική γωνία** πολυγώνου λέγεται κάθε επίκεντρη γωνία του περιγεγραμμένου κύκλου στο πολύγωνο με χορδή την πλευρά του πολυγώνου και μέτρο $\omega_n = \frac{360^\circ}{n}$ όπου n ο αριθμός των πλευρών του πολυγώνου

14) Η γωνία φ και την κεντρική γωνία ω ενός κανονικού πολύγωνου (n-γώνου) είναι **παραπληρωματικές** δηλαδή $\phi = 180^\circ - \omega$

15) Το μήκος(L) του κύκλου(O,ρ) δίνεται από τις σχέσεις:

$L=2\pi\rho$	Όπου $\pi=3,14$ ρ η ακτίνα του κύκλου
$L=\pi\delta$	Όπου $\pi=3,14$ δ η διάμετρος του κύκλου

16) Οι τύποι για το εμβαδόν(E) του κυκλικού δίσκου(O,ρ) είναι:

$E=\pi\rho^2$	Όπου $\pi=3,14$ ρ η ακτίνα του κύκλου
$E=\frac{\pi\delta^2}{4}$	Όπου $\pi=3,14$ δ η διάμετρος του κύκλου

