

1. Γράψτε τους ορισμούς και τις ιδιότητες της δύναμης a^v , όπου a ρητός και v, μ φυσικοί.

Απάντηση:

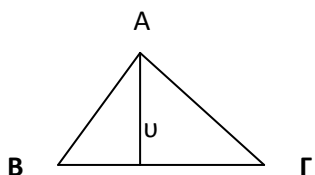
	ΟΡΙΣΜΟΙ	ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ
Για $v=0$	$a^0 = 1$	$a^\mu \cdot a^v = a^{\mu+v}$
Για $v=1$	$a^1 = a$	$a^\mu : a^v = a^{\mu-v}$
Για $v>1$	$a^v = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{v\text{-παράγοντες}}$	$a^v \cdot \beta^v = (a \cdot \beta)^v$
Για $a \neq 0$	$a^{-v} = \frac{1}{a^v}$	$\frac{a^v}{\beta^v} = \left(\frac{a}{\beta}\right)^v$
		$(a^\mu)^v = a^{\mu \cdot v}$
		$\left(\frac{a}{\beta}\right)^{-v} = \left(\frac{\beta}{a}\right)^v$

2. Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα του μη αρνητικού αριθμού a ;

Απάντηση: Τετραγωνική ρίζα ενός μη αρνητικού αριθμού a , λέγεται ο μη αρνητικός αριθμός, ο οποίος όταν υψωθεί στο τετράγωνο ισούται με το a .

3. Με τι ισούται το εμβαδόν τριγώνου; Γράψτε τον τύπο και δημιουργείστε το κατάλληλο σχήμα .

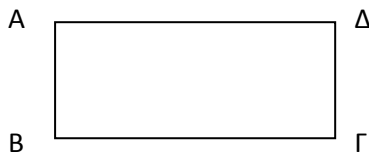
Απάντηση: Το εμβαδόν τριγώνου ισούται με τη ημιγινόμενο μίας του πλευράς επί το αντίστοιχο ύψος (Βάση επί ύψος δια δύο).



$$E = \frac{1}{2} \cdot B\Gamma \cdot \upsilon$$

4. Με τι ισούται το εμβαδόν ορθογωνίου; Γράψτε τον τύπο και δημιουργείστε το κατάλληλο σχήμα.

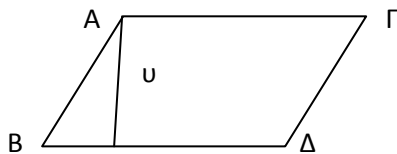
Απάντηση: Το εμβαδόν ορθογωνίου ισούται με το γινόμενο δύο διαδοχικών πλευρών.



$$E = AB \cdot B\Gamma$$

5. Με τι ισούται το εμβαδόν παραλληλογράμμου; Γράψτε τον τύπο και δημιουργείστε το κατάλληλο σχήμα.

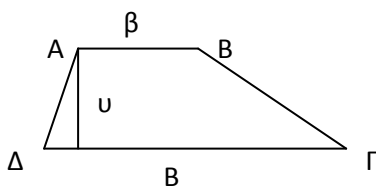
Απάντηση: Το εμβαδόν παραλληλογράμμου ισούται με το γινόμενο μίας του πλευράς επί το αντίστοιχο ύψος.



$$E = B\Delta \cdot u$$

6. Με τί ισούται το εμβαδόν τραπεζίου; Γράψτε τον τύπο και δημιουργείστε το κατάλληλο σχήμα.

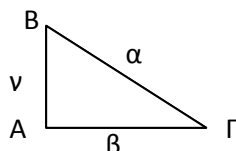
Απάντηση: Το εμβαδόν τραπεζίου ισούται με το γινόμενο του ημιαθροίσματος των δύο βάσεων επί το αντίστοιχο ύψος.



$$E = \frac{(\beta + B)}{2} \cdot u$$

7. Να διατυπώσετε το πυθαγόρειο θεώρημα. Να κάνετε κατάλληλο σχήμα και να γράψετε τι σχέση που το εκφράζει.

Απάντηση: Σε κάθε τρίγωνο το άθροισμα των τετραγώνων των δύο καθέτων πλευρών είναι ίσο με το τετράγωνο της υποτεινουσας.



$$\alpha^2 = \beta^2 + \gamma^2$$

8. Να διατυπώσετε το αντίστροφο του πυθαγορείου θεωρήματος.

Απάντηση: Αν σε ένα τρίγωνο το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς είναι ίσο με το άθροισμα των τετραγώνων των δύο άλλων πλευρών, τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

9. Ποιά γωνία λέγεται επίκεντρη;

Απάντηση: Επίκεντρη γωνία είναι η γωνία που η κορυφή της είναι σε κέντρο κύκλου και οι πλευρές της τον τέμνουν.

10. Ποιά γωνία λέγεται εγγεγραμμένη;

Απάντηση: Εγγεγραμμένη γωνία είναι η γωνία η οποία έχει την κορυφή της σε κύκλο και οι πλευρές της τον τέμνουν .

11. Ποιά σχέση συνδέει το μέτρο της επίκεντρης και της εγγεγραμμένης που βαίνουν στο ίδιο τόξο;

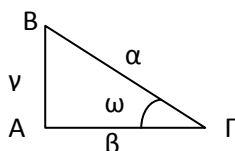
Απάντηση: Το μέτρο της εγγεγραμμένης είναι το μισό της επίκεντρης.

12. Με τι ισούται μια εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικόκλιο;

Απάντηση: Μία εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικόκλιο ισούται με 90° .

13. Πως ορίζονται οι τριγωνομετρικοί αριθμοί : ημίτονο, συνημίτονο και εφαπτόμενη οξείας γωνίας σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ; Δημιουργείστε το κατάλληλο σχήμα και γράψτε τους τύπους για τους τριγωνομετρικούς αριθμούς πάνω στο συγκεκριμένο σχήμα.

Απάντηση:



$$\eta\mu\omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}} = \frac{\gamma}{\alpha}$$

$$\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}} = \frac{\beta}{\alpha}$$

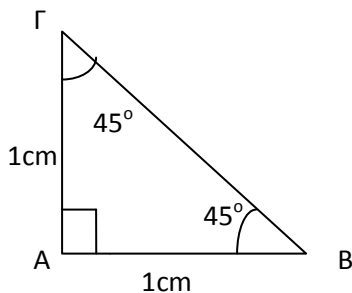
$$\epsilon\varphi\omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{προσκείμενη κάθετη}} = \frac{\gamma}{\beta}$$

14. Πως μεταβάλλεται το ημίτονο, συνημίτονο και η εφαπτομένη οξείας γωνίας;

Απάντηση: Όταν μια οξεία γωνία αυξάνεται, τότε: αυξάνεται το ημίτονο, ελαττώνεται το συνημίτονό της και αυξάνεται η εφαπτομένη της.

15. Να δημιουργήσετε κατάλληλο σχήμα και να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας 45° .

Απάντηση: Παίρνουμε ένα ισοσκελές ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές 1cm.



Από το πυθαγόρειο θεώρημα έχουμε:

$$B\Gamma^2 = A\beta^2 + A\Gamma^2 = 1^2 + 1^2 = 2 \Leftrightarrow$$

$$B\Gamma = \sqrt{2}$$

$$\text{Επομένως } \eta\mu 45 = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

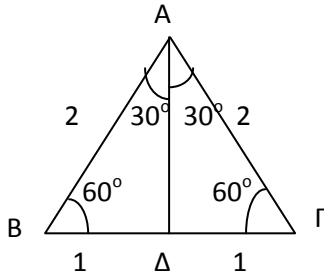
$$\sigma\upsilon\nu 45 = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\epsilon\varphi 45 = \frac{1}{1} = 1$$

16. Να δημιουργήσετε κατάλληλο σχήμα και να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας 30° και 60° .

Απάντηση: Παίρνουμε ένα ισόπλευρο τρίγωνο με πλευρές 2cm. Οι γωνίες του είναι $\hat{A} = \hat{B} = \hat{\Gamma} = \frac{180}{3} = 60^\circ$. Φέρνουμε το ύψος ΑΔ.

Επειδή το τρίγωνο είναι ισόπλευρο είναι και διάμεσος και διχοτόμος. Από το πυθαγόρειο στο τρίγωνο ΑΔΒ



$$AD^2 = AB^2 - BD^2 = 4 - 1 = 3 \Leftrightarrow AD = \sqrt{3}$$

$$\eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\epsilon\varphi 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{(\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\epsilon\varphi 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$

17. Να αποδείξετε τις παρακάτω σχέσεις:

$$\epsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}, \quad 0 < \eta\mu\omega < 1, \quad 0 < \sigma\upsilon\nu\omega < 1$$

Απάντηση:

$$\begin{aligned} \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} &= \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}} = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}} = \\ &= \frac{\text{απέναντι κάθετη} \cdot \text{υποτείνουσα}}{\text{προσκείμενη κάθετη} \cdot \text{υποτείνουσα}} = \\ &= \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{προσκείμενη κάθετη}} = \epsilon\varphi\omega \end{aligned}$$

$\eta\mu\omega = \frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}}$ η υποτείνουσα είναι πάντα η μεγαλύτερη πλευρά του ορθογωνίου τριγώνου άρα το $0 < \eta\mu\omega < 1$.

$\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\text{προσκείμενη κάθετη}}{\text{υποτείνουσα}}$ για τον ίδιο λόγο το $0 < \sigma\upsilon\nu\omega < 1$.